https://doi.org/10.53656/math2022-3-6-pri
Educational Issues
Въпроси на преподаването

ПРИЛОЖЕНИЕ НА УСПОРЕДНО ПРОЕКТИРАНЕ ЗА ПОСТРОЯВАНЕ СЕЧЕНИЕТО НА ПРИЗМА С РАВНИНА

Митко Кунчев, д-р Тодор Митев[1)]
[1)]*Русенски университет „Ангел Кънчев“*

Резюме. Статията разглежда метод за построяване сечението на призма с равнина, определена от три точки, чрез използване на успоредно проектиране. Пропедевтиката на метода се основава на три спомагателни задачи. В решението на основната задача се описва построяването на пробода на равнината на сечението с околен ръб на призмата или с неговото продължение. Методът е приложен при решаването на различни задачи за построяване на сечение.

Ключови думи: сечение; призма; успоредно проектиране

В Учебно-изпитната програма за държавния зрелостен изпит по математика, профилирана подготовка, одобрена през 2016 г., е предвидено ученикът да има компетентност да „*построява сечението на многостен с равнина и определя вида и лицето му*“. Проблемът за построяване сечението на многостен с равнина е разглеждан както в учебници и учебни пособия, например З. Запрянов (Zapryanov, Dimovski, Tonov, Karadzhova 2002) и Ч. Лозанов (Lozanov, Vitanov, Nedevski, Stoimenova 2002), така и в статии в различни списания: П. Асенова (Asenova, Marinov 2019), Г. Бизова (Bizova 2003) и В. Вавилов (Vavilov 1979). Разглежданите примери са предимно сечение на пирамида и по-рядко на призма. Най-често равнината на сечението е определена от три точки. В този случай, в посочените източници, сечението се построява, като първо се построява права – пресечница на основата на многостена с равнината на сечението, а след това се построяват точките, които са прободи на равнината на сечението с ръбовете на многостена. При свързването на тези точки с отсечки се получава търсеното сечение – многоъгълник. В тази статия ще акцентираме върху друг метод – метода на успоредното проектиране, който е подходящ при построяване на сечението на призма с равнина определена от три точки.

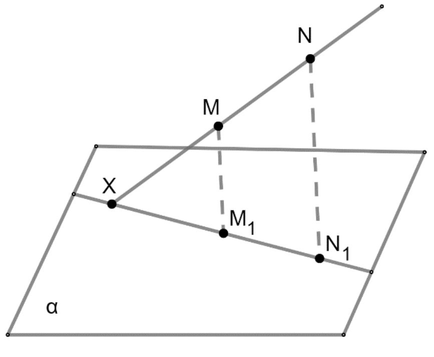
Ще използваме следните понятия, свързани с успоредното проектиране на точки от пространството в равнина: проекционна равнина, проектиращо направление (проектираща права), успоредна проекция (образ, проекция) на точка или фигура, първообраз на точка или фигура. Предполагаме, че проектиращата права не е успоредна на проекционната равнина. Ако точка, отсечка или права се проектира съответно в точка, отсечка или права, за по-кратко ще пишем „→“. Например, ако точка M се проектира в точка M_1, ще пишем $M \to M_1$ и т. н.

При построяване на сечението на призма с равнина с метода на успоредното проектиране за проекционна равнина винаги приемаме основата на призмата, а за проектираща права – околен ръб. Сечението е построено, ако сме построили всички възможни пресечни точки (прободи) на ръбовете на призмата с равнината на сечението. За равнината, определена от точките M, N и P, ще използваме означението (MNP). Аналогично равнината на стената ABB_1A_1 ще означаваме с (ABB_1A_1).

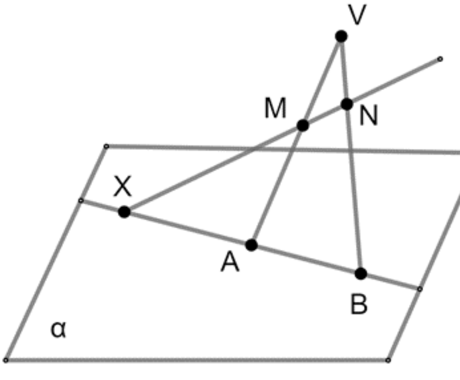
<u>Спомагателна задача 1.</u> Построяване на пробода на права с равнина

За да построим пробода на правата MN с равнината α, е достатъчно да построим пресечната ѝ точка с нейната успоредна проекция в равнината (предполагаме, че правата MN и равнината α не са успоредни). На фиг. 1а са построени успоредните проекции на точките M и N в α, съответно M_1 и N_1. Следователно $MN \to M_1N_1$. Правите MN и M_1N_1 се пресичат в точка X, която е търсеният пробод (правите не са успоредни, защото MN не е успоредна на равнината).

Друг начин за построяване на пробода на правата MN с равнината α е показан на фиг. 1б. Равнината (MNV) пресича α в правата AB. Следователно прободът X е пресечната точка на правите MN и AB.



Фигура 1а



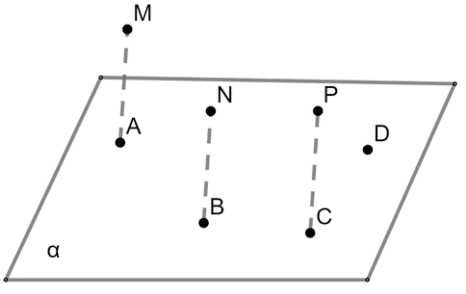
Фигура 1б

<u>Спомагателна задача 2.</u> В проекционната равнина са дадени точките A, B, C и D. Точките M, N и P се проектират съответно в точките A, B и C (виж фиг. 2а).

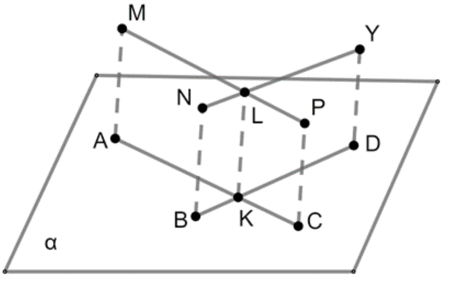
Да се построи точка Y от (MNP), която се проектира в точка D, т.е. да се построи прободът Y на (MNP) с права от проектиращото направление през точка D.

Построението извършваме по следния начин (виж фиг. 2б): построяваме пресечната точка на правите AC и BD (или друга двойка прави, определени от четирите точки) – точка K; построяваме правата MP; през K построяваме права, успоредна на BN, и означаваме пресечната ѝ точка с правата MP с L; построяваме правата NL; през точка D построяваме права, успоредна на BN, и пресечната ѝ точка с правата NL е търсената точка Y.

Доказателството следва от построението – Y се проектира в D, защото YD е построена успоредна на BN, а Y лежи в (MNP), защото лежи на NL.



Фигура 2а



Фигура 2б

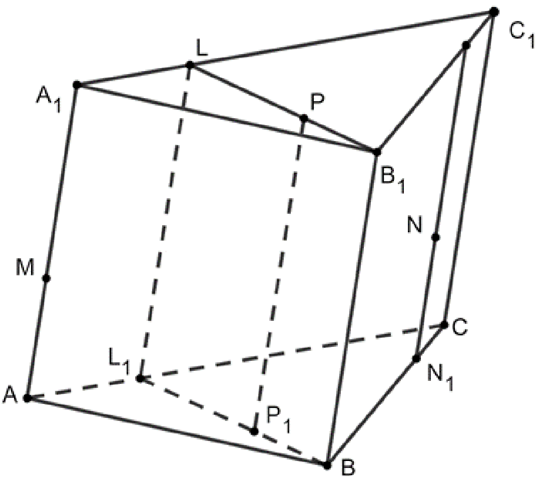
<u>Спомагателна задача 3.</u> Построяване на проекциите на точки от равнината на сечението в равнината на основата на призмата.

Ще разгледаме три случая. Нека точките са M, N и P, а призмата е $ABCA_1B_1C_1$ (виж фиг. 3).

Случай 3.1. Ако точката M лежи на околен ръб на призмата, например AA_1, то нейната проекция съвпада с връх на многостена, в случая $M \to A$.

Случай 3.2. Ако точката N лежи в околна стена на призмата, например BCC_1B_1, построяваме права през нея, успоредна на околен ръб (на проектиращото направление). Тази права пресича основен ръб, в случая BC, в точка N_1, следователно $N \to N_1$.

Случай 3.3. Ако точката P лежи в горната основа $A_1B_1C_1$ на призмата, построяваме права през нея и избран от нас връх на призмата, например B_1, която пресича срещуположната страна A_1C_1 в точка L. През L построяваме права, успоредна на околен ръб, която пресича AC в точка L_1. Получаваме успоредник BB_1LL_1, защото отсечките BB_1 и LL_1 са успоредни и равни. През точка P построяваме права, успоредна на BB_1, която пресича BL_1 в точка P_1, тогава $P \to P_1$.



Фигура 3

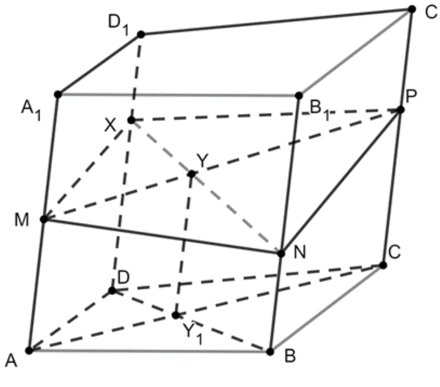
При означенията на фиг. 2 можем да кажем, че проекцията на ΔMNP в основата на призмата е $\Delta M_1N_1P_1$.

Основна задача. Построяване на пробода на околен ръб на призма с равнината на сечението.

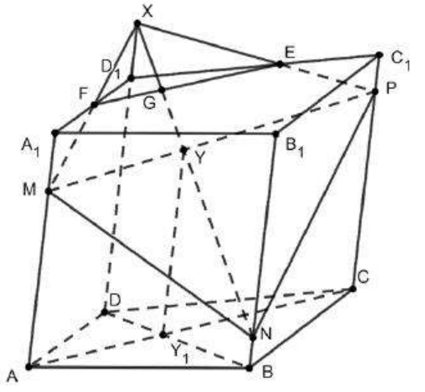
Предполагаме, че равнината на сечението не е успоредна на околен ръб (когато е успоредна, сечението е успоредник и се построява лесно). Ще разгледаме три случая на разположение на точките, които определят равнината на сечението при четириъгълна призма.

Случай 1. Трите точки, които определят равнината на сечението, лежат на околните ръбове на четириъгълна призма. Нека точките M, N и P лежат съответно върху ръбовете AA_1, BB_1 и CC_1 на призмата $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (виж фиг. 4). Ще построим сечението (пробода) на правата DD_1 с (MNP). Първо построяваме проекциите на трите точки в основата. Според случай 3.1 на спомагателна задача 3. те са съответно A, B и C. Тогава проекциите на отсечките MN, NP и PM са съответно AB, BC и CA. Да означим търсения пробод с X. Тази точка сигурно съществува, защото равнината на сечението пресича правата AA_1, следователно пресича и нейната успоредна права DD_1. Нека диагоналите MP и NX на четириъгълника $MNPX$ се пресичат в точка Y. Тогава тя се проектира в пресечната точка на проекциите им – диагоналите AC и BD – точка Y_1. След този анализ може да изпълним построението в следната последователност: построяваме последователно отсечките MP, AC и BD. Построяваме точка Y_1. През точка Y_1 построяваме права успоредна на околен ръб, която пресича MP в точка Y. Построяваме правата NY и пресечната ѝ точка с правата DD_1 е търсената точка X (виж спомагателна задача 2).

Сега можем да построим сечението на призмата с (MNP), но трябва да обърнем внимание, че има две възможности за разположението на точка X. Ако тя лежи върху ръба DD_1, то сечението е построено – четириъгълник $MNPX$, но ако лежи на продължението му, то трябва да построим MX и PX. Във втория случай (виж фиг. 5), означаваме пресечницата на A_1D_1 и MX с F, а на C_1D_1 и PX с E. В този случай сечението е $MNPEF$.



Фигура 4



Фигура 5

<u>Случай 2.</u> Трите точки, които определят равнината на сечението, лежат в околни стени на четириъгълна призма. Нека точките са M, N и P лежат съответно в стените ADD_1A_1, BCC_1B_1 и DCC_1D_1 на призмата $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (виж фиг. 6). Ще построим сечението (пробода) на правата CC_1 с (MNP). Да означим (MNP) с γ, а търсения пробод – с Y.

Първо ще докажем, че точката Y съществува – тоест, ако равнина минава през три точки, лежащи в три различни околни стени на призма, то тя пресича всички прави, които съдържат околни ръбове на призмата. Ако трите точки лежат върху основни ръбове от една основа, то пресичането на околните ръбове е очевидно, затова по-нататък ще предполагаме, че равнината на сечението не съвпада с никоя от основите на призмата.

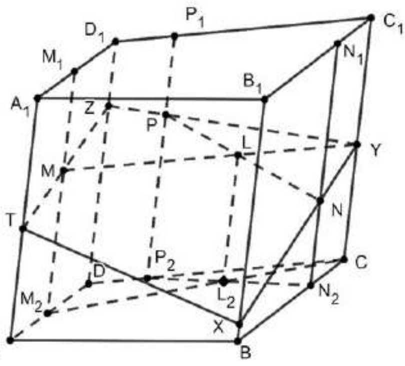
Тъй като всички околни ръбове на призмата са успоредни, достатъчно е да докажем само, че равнината пресича един околен ръб. Доказателството ще извършим чрез допускане на противното. Допускаме, че γ не пресича CC_1, следователно γ е успоредна на CC_1. По условие γ има общи точки със стените ADD_1A_1, BCC_1B_1 и DCC_1D_1, следователно ги пресича в прави, съответно a, b и c. От допускането следва, че тези прави са успоредни на околните ръбове. Да означим пресечната точка на a и AD с M_2, на b и BC с N_2 и на c и DC с P_2. Получените точки M_2, N_2 и P_2 лежат в основата ABCD на призмата, но лежат и в γ, следователно двете равнини съвпадат. Това е противоречие с предположението, че равнината на сечението е различна от основите на призмата. Следователно пресечната точка Y съществува.

Да се върнем на построението на пресечната точка Y на правата CC_1 с γ.

Най-напред през всяка от точките M, N и P построяваме прави, успоредни на околен ръб. Тези прави пресичат основните ръбове съответно в точките M_1, M_2, N_1, N_2, P_1 и P_2 (виж фиг. 6). Следователно точките M_2, N_2 и P_2 са успоредните проекции на M, N и P в основата (спомагателна задача 3, случай 3.2). Отново ще използваме спомагателна задача 2. Точките M, N и P се проектират в M_2, N_2 и P_2 и в γ търсим точка Y , която се проектира в C.

Построяваме отсечките M_2C и P_2N_2 и пресечната им точка L_2. Тя е проекция на точка L, която е пресечница на правите MY и PN. Ще я построим като пресечница на PN с права през L_2 успоредна на околен ръб. Построяваме правата ML, която пресича правата CC_1 в търсената точка Y. Важно е да отбележим, че правата LL_2 лежи в ($M_2CC_1M_1$), защото L_2 лежи на M_2C и LL_2 е успоредна на CC_1. Това доказва пресичането на ML и CC_1.

Сега можем да построим и сечението на призмата с равнината γ. Означаваме пресечните точки на правите YP и YN с DD_1 и BB_1 съответно със Z и X. Правата ZM пресича AA_1 в точка T. Сечението е четириъгълникът $XYZT$. Върховете му лежат в една равнина, защото по построение правите MY и PN се пресичат в точка L и следователно лежат в една равнина. Ако точка Y лежи извън ръба CC_1 или точка T лежи извън ръба AA_1, то сечението ще бъде петоъгълник или шестоъгълник.

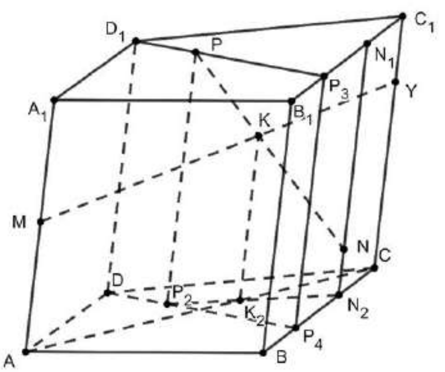


Фигура 6

<u>Случай 3.</u> Трите точки, които определят равнината на сечението, лежат, както следва: на околен ръб, в околна стена и в горната основа на четириъгълна призма. Нека точките са M, N и P и лежат съответно върху ръба AA_1, в стената BCC_1B_1 и в основата $A_1B_1C_1D_1$ на призмата $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (виж фиг. 7). Ще построим сечението (пробода) на правата CC_1 с (MNP). Да означим с Y търсения пробод.

Първо ще построим проекциите на трите точки в $(ABCD)$. Проекцията на точка M е точка A. За да построим проекцията на точка N, ще постъпим както в случай 3.2. През N построяваме права успоредна на околен ръб и означаваме пресечните точки с двата основни ръба N_1 и N_2. Проекцията е точка N_2. За построяване на проекцията на точка P първо ще построим права през нея и някой връх на многоъгълника $A_1B_1C_1D_1$ (виж случай 3.3). На чертежа е построена правата D_1P, която пресича B_1C_1 в точка P_3. В зависимост от чертежа точката P_3 може да се окаже върху A_1B_1, но това не променя хода на построението по-нататък. Построяваме през точка P_3 права P_3P_4, успоредна на околен ръб, и точка P_4 лежи на BC. Така получихме точка P_4 – проекция на точка P_3 в $ABCD$. Четириъгълникът $DP_4P_3D_1$ е успоредник, защото P_3P_4 е успоредна на DD_1 по построение, а DP_4 е успоредна на P_3D_1, защото двете основи на приз-мата са успоредни. В успоредника $DP_4P_3D_1$ през точка P построяваме права, успоредна на околния ръб DD_1, която пресича DP_4 в точка P_2. Точка P_2 лежи в основата $ABCD$ и PP_2 е успоредна на околен ръб, следователно тя е проекцията на точка P в основата.

Дотук построихме проекциите на трите точки M, N и P в основата – съответно точките A, N_2 и P_2. Остава да построим търсената пресечна точка Y, която се проектира в C (виж спомагателна задача 2). Правите MY и NP се проектират съответно в AC и N_2P_2. Следователно пресечната точка на MY и NP – точка K, се проектира в пресечната на AC и N_2P_2 – точка K_2. Построяваме точка K_2 и през нея построяваме права, успоредна на околен ръб, която пресича NP в точка K (правата KK_2 лежи в (ACC_1A_1)). Построяваме правата MK, която пресича правата CC_1 в търсената точка Y. Възможно е отсечките AC и N_2P_2 да са успоредни. Щом проекциите на две прави от една равнина са успоредни, то правите също са успоредни. Тогава търсената точка Y от CC_1 е такава, че MY е успоредна на NP. На този чертеж постройте и прободите на ръбовете BB_1 и DD_1 с (MNP) и ще получите сечението ѝ с призма

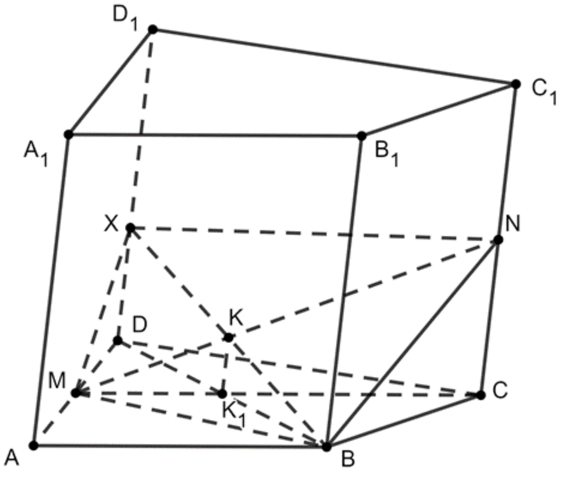


Фигура 7

Ще разгледаме няколко задачи за построяване на сечение на призма с равнина, в решенията на които се използват спомагателните и основната задачи.

Пример 1. Дадена е призма $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Точките M и N са среди съответно на ръбовете AD и CC_1. Да се построи сечението на призмата с (MBN).

Решение. Виж фиг. 8. Ще използваме идеята от случай 1. на основната задача и ще построим пробода на DD_1 с равнината на сечението – точка X. Точките M и B съвпадат с проекциите си, N се проектира в C , а X се проектира в D. Тогава построяваме пресечната точка K_1 на MC (проекция на MN) и BD (проекция на BX). През K_1 построяваме права успоредна на DD_1, която пресича MN в точка K, а BK пресича DD_1 в търсената точка X. Четирите точки M, B, N и X лежат в една равнина, защото правите MN и BP се пресичат. Свързваме последователно четирите точки. С това сечението е построено – четириъгълник $MBNX$.

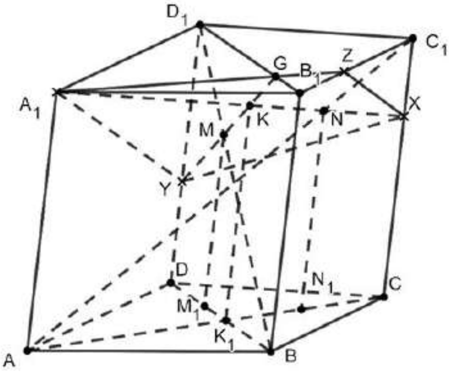


Фигура 8

Пример 2. Дадена е четириъгълна призма $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Точка M дели диагонала BD_1 в отношение $BM:MD_1 = 2:1$, а точка N дели диагонала AC_1 в отношение $AN:NC_1 = 3:1$. Да се построи сечението на призмата с (A_1MN).

Решение. Виж фиг. 9. Първо ще построим проекциите на точките A_1, M и N. Точката A_1 се проектира в A. Проекциите на M и N лежат съответно на BD и AC и на прави успоредни на околен ръб. Построяваме права през M успоредна на околен ръб, която пресича BD в проекцията – точка M_1. Аналогично построяваме права през N успоредна на околен ръб, която пресича AC в проекцията – точка N_1.

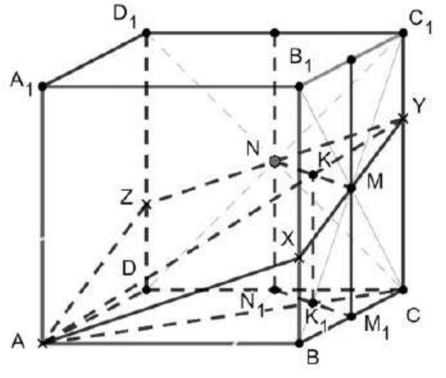
Пристъпваме към построяване на сечението. Тъй като A_1 и N лежат в (ACC_1A_1), построяваме пресечната точка на A_1N и CC_1 – точка X, която е връх на търсеното сечение. Тогава $A_1X \to AC$. Ще построим пробода Y на равнината на сечението с околния ръб DD_1 (виж спомагателна задача 2 и основната задача). Той се проектира в точката D, а $YM \to DM_1$. Построяваме пресечната точка на AC и BD – т. K_1. През нея построяваме права, успоредна на околен ръб, която пресича A_1X в точка K – първообраз на точката K_1. Тогава точка Y е пресечницата на правите KM и DD_1. Имаме вече три върха на сечението – A_1, X и Y. Построяваме пресечната точка G на правата YK, която е от равнината на сечението, с правата B_1D_1, която е от горната основа на призмата. Правата A_1G пресича B_1C_1 в точка Z, която е връх на сечението. Сечението е четириъгълникът A_1ZXY.



Фигура 9

<u>Пример 3.</u> Да се построи сечението на куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с (AMN), където точките M и N са центрове на квадратите BCC_1B_1 и DCC_1D_1.

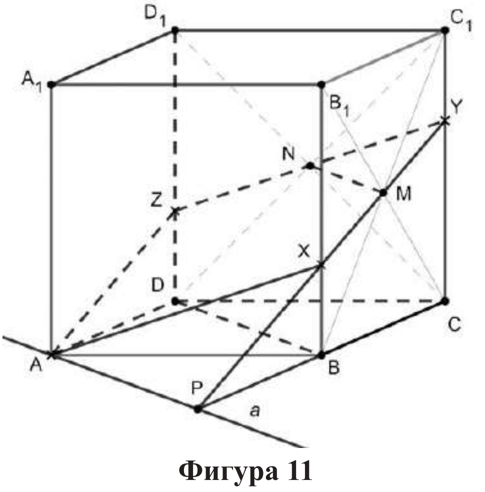
<u>Решение.</u> Точките, които определят равнината на сечението, съответстват на спомагателна задача 3, случай 3.2 (виж фиг. 10). Проекциите на точките A, M и N в основата $ABCD$ са A, M_1 и N_1. За да построим сечението, достатъчно е да построим пробода на равнината на сечението с ръба CC_1 – точка Y. Разсъжденията са подобни на тези в случай 2 на основната задача. Построяваме точка K_1 – пресечница на AC и M_1N_1. През нея построяваме права успоредна на околен ръб, която пресича MN в точка K. Правата K_1K лежи в (ACC_1A_1). Построяваме точка Y – пресечница на AK и CC_1. Правата YM пресича BB_1 в точка X, а правата YN пресича DD_1 в точка Z. Сечението е $AXYZ$. Фигурата е успоредник, защото равнината на сечението пресича двойки успоредни равнини.



Фигура 10

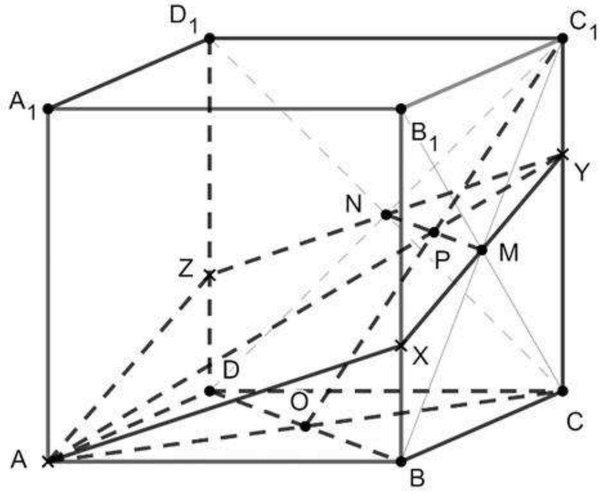
Ще решим тази задача по още два начина.

Решение 1. Идеята е първо да се построи пресечната права на равнината на сечението с равнината на основата на призмата и след това, чрез нея, да се построят пресечниците със стените на многостена (виж фиг. 11). Първо отбелязваме, че правите MN и BD са успоредни, защото MN е средна отсечка в ΔDBC_1. Следователно равнината на сечението (AMN) пресича основната равнина ($ABCD$) (имат обща точка A) в права a, която е успоредна на MN и BD. През точка A построяваме права a, успоредна на BD. Правата, в която сечението пресича стената BCC_1B_1, пресича правата BC в точка P. Тя е обща и за равнините на сечението и ($ABCD$), следователно трябва да лежи на правата a. Построяваме точка P като пресечница на правите BC и a. Сега построяваме пресечните точки на правата PM с правите BB_1 и CC_1 – съответно X и Y. Правата YN пресича DD_1 в точка Z. Търсеното сечение е $AXYZ$.



Фигура 11

Решение 2. Задачата може да се реши, като след анализ на условието се направи поредица от построения и след това се докаже, че построеното сечение е търсеното (виж фиг. 12).



Фигура 12

Построение

1. На чертежа са дадени куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и точките M и N са центровете на квадратите BCC_1B_1 и DCC_1D_1. Равнината на сечението е (AMN).
2. Построяваме пресечната точка O на правите AC и BD.
3. В ΔDBC_1 построяваме средната отсечка MN и медианата C_1O , които се пресичат в точка P.
4. Построяваме пресечната точка Y на правите AP и CC_1. Правите се пресичат, защото лежат в (ACC_1A_1) и AP пресича едната от двете успоредни прави AA_1 и CC_1.
5. Построяваме пресечната точка X на правите YM и BB_1 и пресечната точка Z на правите YN и DD_1.
6. Търсеното сечение е четириъгълникът $AXYZ$.

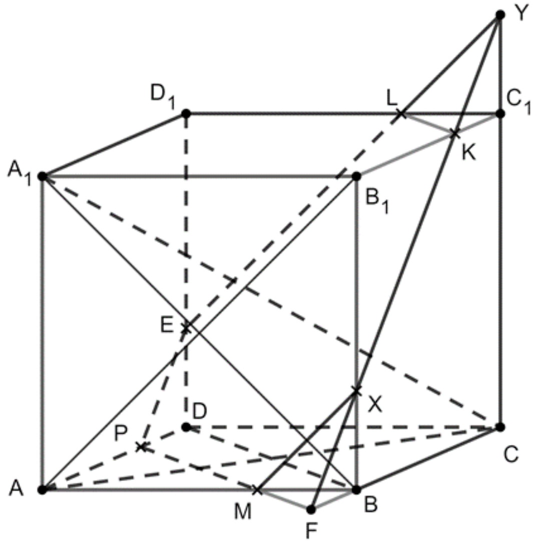
Доказателство

По построение точките A, X, Y и Z лежат на ръбовете на куба. Остава да докажем, че те лежат в (AMN). Правите AY и MN се пресичат в точка P, следователно лежат в една равнина – (AMN) (построения 2. и 3.) и Y е от равнината на сечението. Правите YM и YN лежат в същата равнина, защото две точки от тях лежат в равнината. Следователно точките X и Z лежат в (AMN). Тогава точките A, X, Y и Z лежат в равнината на сечението и на ръбовете на куба, следователно това е търсеното сечение. Можем да добавим, че $AXYZ$ е успоредник и ZX е успоредна на DB.

Успоредното проектиране се използва при построяване на сечение и в случай че равнината на сечението е зададена като равнина през точка и перпендикулярна на дадена права.

Пример 4. Да се построи сечението на куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с равнина – γ, която минава през точка M от ръба AB и е перпендикулярна на правата A_1C.

Решение. При решаването на тази задача ще използваме проектиране с направление, перпендикулярно на проекционната равнина (ортогонално проектиране). За да бъде равнината γ перпендикулярна на правата A_1C, трябва две пресичащи се прави от нея да са перпендикулярни на A_1C. Ще построим две такива прави през точка M (виж фиг. 13). При ортогонално проектиране в $(ABCD)$ правата $A_1C \to AC$. От друга страна, AC е перпендикулярна на BD, следователно A_1C също е перпендикулярна на BD. През точка M построяваме права, успоредна на BD , която пресича AD в точка P. Тогава MP е перпендикулярни на A_1C. Аналогично при ортогонално проектиране в (ABB_1A_1) правата $A_1C \to A_1B$. Проекцията A_1B е перпендикулярна на AB_1 и следователно AB_1 е перпендикулярна на A_1C. През точка M построяваме права, успоредна на AB_1, която пресича BB_1 в точка X. Тогава MX е перпендикулярни на A_1C. Следователно равнината PMX е перпендикулярна на правата A_1C. Сведохме задачата до построяване на сечение на куб с равнина, определена от три точки – P, M и X. За да построим пробода на равнината с ръба CC_1 – точка Y, отново използваме спомагателна задача 2. Точките P, M, X и Y се проектират съответно в P, M, B и C. Означаваме пресечната точка на PM и BC с F. Тогава Y е пресечната точка на FX и CC_1, а K е пресечната точка на FY и B_1C_1. По-нататък използваме факта, че равнината на сечението пресича срещуположните успоредни стени в успоредни отсечки. През K построяваме права, успоредна на PM (или B_1D_1), която пресича D_1C_1 в точка L. Правата YL пресича DD_1 в точка E. Сечението е шестоъгълникът $MXKLEP$. Ако точката M съвпада с точката A, то сечението е триъгълник AB_1D_1, а ако M съвпада с B, сечението е триъгълник DBC_1.



Фигура 13

Задачи за упражнение

Задача 1. Върху основните ръбове AD и BC на куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ са избрани съответно точки M и N така, че $AM{:}MD = CN{:}NB = 3{:}1$. През точките M, N и C_1 е построена равнина λ. Да се построи сечението на куба с равнината λ (сечението е от задача за приемен изпит в ТУ – София през 2005 г.).

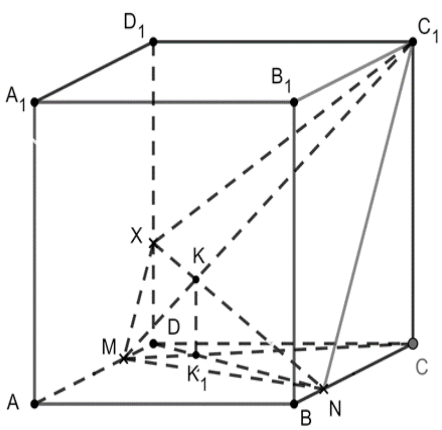
Задача 2. Върху ръбовете AA_1 и A_1B_1 на куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ са избрани съответно точки M и P така, че $AM{:}MA_1 = 1{:}3$, а P е среда на A_1B_1. Да се построи сечението на куба с (MNP), където точка N е центърът на стената BCC_1B_1.

Задача 3. Да се построи сечението на триъгълната призма $ABCA_1B_1C_1$ с (MNP), където точка M е среда на ръба AA_1, точка N е пресечната точка на диагоналите на BCC_1B_1 и точка P е среда на ръба A_1C_1.

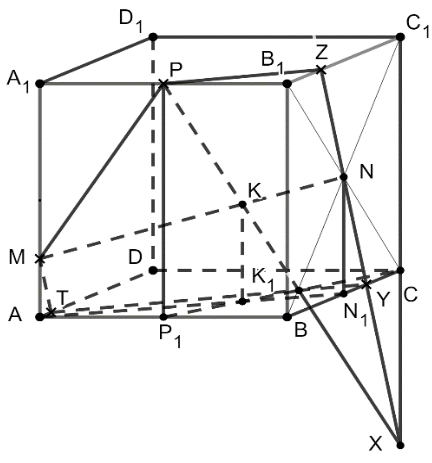
Задача 4. Да се построи сечението на петоъгълната призма $ABCDEA_1B_1C_1D_1E_1$ с (MNP), където точка M е пресечната точка на диагоналите на ABB_1A_1, точка N дели ръба DD_1 в отношение $DN : ND_1 = 1 : 2$ и точка P е пресечната точка на диагоналите на AEE_1A_1.

Задача 5. Основата на призмата $ABCDA_1B_1C_1D_1$ е успоредник. Да се построи сечението на призмата с (MPC), където точка M е среда на ръба AA_1, а точка P дели диагонала DB_1 в отношение $DP{:}PB_1 = 1{:}3$.

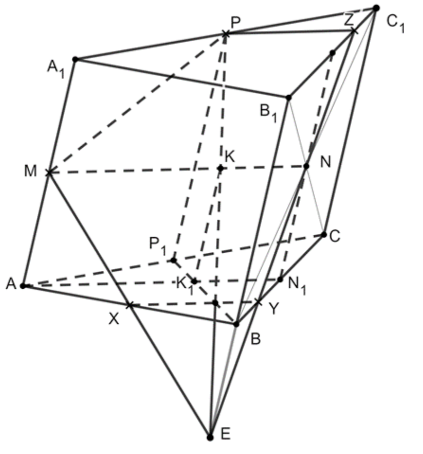
Отговори на задачите за упражнение



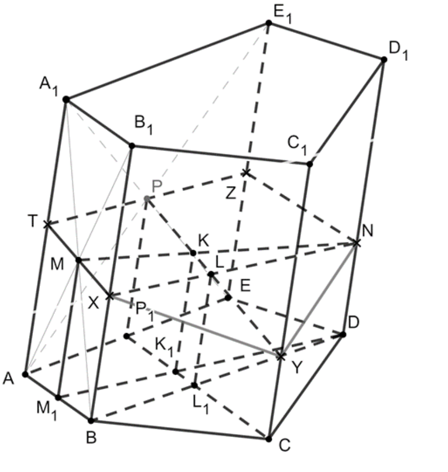
Фигура 14. Задача 1. Сечението е MNC_1X



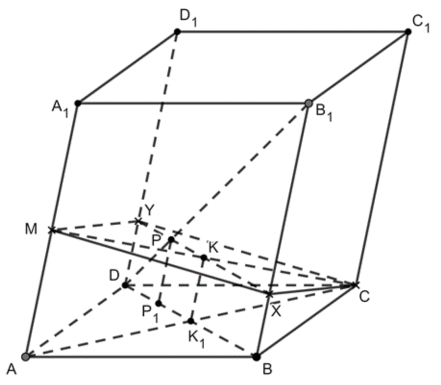
Фигура 15. Задача 2. Сечението е $YZPMT$



Фигура 16. Задача 3. Сечението е $XYZPM$



Фигура 17. Задача 4. Сечението е $XYNZT$



Фигура 18. Задача 5. Сечението е *MXCY*

ЛИТЕРАТУРА

АСЕНОВА, П., МАРИНОВ, М., 2019. Система от задачи в обучението по математика. *Математика и информатика*, **62**(1), 52 – 70.

БИЗОВА, Г., 2003. Построяване на сечение на многостен с равнина. *Математика и информатика*, **49**(6), 25 – 33.

ВАВИЛОВ, В., 1979. Сечения многогранников. *Квант*, **1**, 36 – 40.

ЗАПРЯНОВ, З., ДИМОВСКИ, И., ТОНОВ, И., КАРАДЖОВА, Р., 2002. *Ръководство за решаване на задачи по математика в XII клас*. София: Просвета, 75 – 87.

ЛОЗАНОВ, Ч., ВИТАНОВ, Т., НЕДЕВСКИ, П., СТОИМЕНОВА, Е., 2002. *Математика – учебник за XII клас профилирана подготовка*. София: Анубис, 261 – 263.

REFERENCES

ASENOVA, P., MARINOV, M., 2019. System of tasks in mathematics education. *Mathematics and Informatics*, **62**(1), 52 – 70.

BIZOVA, G., 2003. Postroyavane na sechenie na mnogosten s ravnina. *Mathematics and Informatics*, **49**(6), 25 – 33.

VAVILOV, V., 1979. Secheniya mnogogrannikov. *Kvant*, **1**, 36 – 40.

ZAPRYANOV, Z., DIMOVSKI, I., TONOV, I., KARADZHOVA, R., 2002. *Rakovodstvo za reshavane na zadachi po matematika v XII klas*. Sofia: Prosveta, 75 – 87.

LOZANOV, CH., VITANOV, T., NEDEVSKI, P., STOIMENOVA, E., 2002. *Matematika – uchebnik za XII klas profilirana podgotovka*. Sofia: Anubis, 261 – 263.

APPLICATION OF PARALLEL PROJECTION FOR CONSTRUCTION OF THE SECTION OF A PRISM WITH A PLANE

Abstract. The article discusses a method for constructing the section of a prism with a plane defined by three points using parallel projection. The propaedeutics of the method is based on three supporting problems. The solution of the main problem describes the construction of the section of the plane with the surrounding edge of the prism or its extension. The method is applied in solving various problems for construction of a section.

Keywords: section; prism; parallel projection

✉ **Mitko Kunchev**
66, Zgorigrad St.
7000 Ruse, Bulgaria
E-mail: mitko@kunchev.info

✉ **Dr. Todor Mitev**
Department of Mathematics
Faculty of Natural Sciences and Education
University of Ruse "Angel Kanchev"
8, Studentska St.
7000 Ruse, Bulgaria
E-mail: tpmitev@abv.bg